

SZABÓ GÁBOR

## A valószínűség interpretációi

A valószínűség fogalma a törté-  
nések egybehangzó véleménye alapján viszonylag későn került a nyugati gondolkodás látómezejébe. A fogalom születését ahhoz az 1654-es Pascal–Fermat-levélváltáshoz szokás datálni, amelyben Pascal először ismerte fel egy matematikai feladatról, hogy valószínűségi természetű, és éppen ez a felismerés szolgáltatta a feladat helyes megoldását. A probléma a következő: két játékos közül az nyeri a jutalmat, aki 6 fordulót nyer egy bizonyos játékban. A játékot 5:3-as állásnál be kell fejezni. Kérdés: hogyan osszák fel a játékosok maguk között a tétet? Pascal a következőképpen okoskodott: az elkövetkező három fordulóban a játék mindenképpen véget ér, és a nyolc lehetséges kombináció közül csak egy kedvez a hátrányban levő játékosnak – az, amelyben mind a három játékot ő nyeri. Vagyis – és ez jelentette a központi meglátást – a tét igazságos felosztásához a lehetőségek számbavételével juthatunk el. A helyes felosztás tehát 7:1.

Az osztozkodási paradoxontól számítva közel háromszáz évnek kellett azután elteltetnie, amíg Andrei N. Kolmogorov orosz matematikus 1933-ban *A valószínűségszámítás alapfogalmai* című rövid könyvecskéjében végső matematikai formába öntötte a valószínűség fogalmát. Innentől kezdve a valószínűségszámítás lezárt fejezetnek számított a matematikatörténetben és gyümölcsöző kutatási programnak a matematikában.

Ezzel a matematikai történettel karöltve azonban egy másik történet is futott: a valószínűség fogalmi természetét firtató filozófiai analízis. Mi a valószínűség metafizikai státusza? Minek is van való-

---

A tanulmány a szerző *A valószínűség interpretációi* címmel hamarosan megjelenő könyvének egyik fejezete.

színűsége: a külvilág eseményeinek vagy a külvilág eseményeire vonatkozó elmeállapotoknak? Röviden, objektív vagy szubjektív fogalom a valószínűség? Ha objektív fogalom, akkor vajon egyedül eseményekre vonatkozik-e vagy események típusaira? Vagyis mi annak a kijelentésnek az alanya, hogy a szabályos dobókockával való hatos dobás valószínűsége egy hatod: az egyszeri kockadobás vagy az adott kockával végzett kockadobások általában? Ha pedig a valószínűség a várakozásainkat kifejező szubjektív fogalom, vagy ahogy fogalmazni szokás, egy eseménybe vetett részleges hit, akkor mit is jelent például az „egy hatod mértékben hinni a hatos dobásban” kifejezés?

Ilyen és ehhez hasonló kérdések foglalkoztatták a tudományfilozófiát a matematikai valószínűségfogalom kialakulásának háromszáz esztendeje alatt. De nemcsak a háromszáz év alatt. A fogalom matematikai letisztulása mintha csak még inkább felszította volna azt a vitát, amely az újkortól fogva a valószínűség helyes interpretációja körül forgott. Mit is *jelent* a valószínűség fogalma, amelyet a matematikusok oly könnyedén használnak? Tanulmányunkban a lehetséges válaszokat igyekszünk feltérképezni.

### Explicáció vagy interpretáció?

Mindenekelőtt gondosan el kell különítenünk a valószínűség fogalmának interpretációját a fogalom explicációjától. Egy köznyelvi fogalom *explicációja* vagy magyarázata a fogalom helyettesítése valamilyen tudományos vagy filozófiai fogalommal. Hogy ez a helyettesítés mennyire sikeres, az attól függ, hogy a magyarázó fogalom egyfelől mennyire őrzi meg a hasonlóságát a magyarázandóval, másfelől mennyiben ad pontosabb alkalmazhatósági kritériumokat a kezünkbe az adott tudományos vagy filozófiai taxonómiában. A hőmérséklet fogalmának tudományos explicációja a köznapi hőmérsékletfogalom helyettesítése egy pontosan körvonalazható jelentéssel bíró termodinamikai fogalommal; a tudás fogalmának filozófiai explicációja a tudás köznapi fogalmának helyettesítése egy pontosan körvonalazható jelentésű ismeretelméleti fogalommal.

Ezzel szemben szoros értelemben *interpretálni* egy formális, tehát jelentéssel nem rendelkező struktúrát szokás – az interpretáció vagy más néven szemantika éppen ennek a jelentés nélküli struktúrának a felruházása jelentéssel. A formális struktúra általában egy elsőrendű formális nyelv, a nyelv egy mondatának jelentése pedig – legalábbis a jelentés igazságfeltétel-elmélete szerint – „valami olyasmi, ami meghatározza azokat a feltételeket, amelyek mellett a szóban forgó mondat igaz, illetve hamis”. (Lewis 1972)

Mármost explicálunk vagy interpretálunk kell a valószínűséget? Nyilvánvaló, hogy a „valószínű” a köznyelv sajátos használatát bíró kifejezése, és így annak a tudományos vagy filozófiai elméletnek, amely használni kívánja, tekintettel kell lennie e köznyelvi használatra. Ez hasonlít arra, ahogy a „hőmérséklet” vagy a „tudás”

terminusok csak a kifejezések *common sense* használatának figyelembevétele mellett kaphatnak helyet egy új elméletben – míg ezek a kényszerek nem kötik például az olyan definícióval bevezetett fogalmakat, mint az „entrópia” vagy a „ráépülés”. Mindez azt mutatja, hogy a valószínűség fogalmát mindenekelőtt explikálnunk kell.

Az explikáció a tudományelőtti fogalmat egy tudományos elmélet terminusával helyettesíti. Egy tudományos elmélet egy formális vagy részben formalizált nyelvből és egy interpretációból álló pár. A hőmérséklet fogalmának explikációja tehát a köznyelvi hőmérsékletfogalom helyettesítése a termodinamika mint tudományos elmélet, azaz mint részben interpretált formális nyelv hőmérsékletfogalmával. A többi tudományos fogalommal is hasonló a helyzet: a gyorsaság köznyelvi fogalmát a kinematika sebességfogalma explikálja, az „egyszerre” fogalmát a relativitáselmélet szimultaneitásfogalma.

Az explikáció szempontjából azonban a *valószínűség* fogalma a többi fogalomtól eltérő történeti utat járt be. Míg a többi explikált fogalom elnyerte a helyét egy tudományos elméletben, addig a valószínűség fogalma az európai gondolkodásban betöltött kardinális szerepe ellenére *nem vált fizikai fogalom*rá. Helyette viszont kialakult egy matematikai fogalom és egy matematikai elmélet: a matematikai valószínűség, illetve a valószínűségelmélet, amely úgy tűnt, hogy helyettesíteni képes a valószínűség köznyelvi fogalmát. Ezt az igényét tükrözte már pusztán a szóhasználata is: eseményekről és ezek valószínűségeiről beszélt, miközben halmazokat és függvényeket használt. A helyzet a geometriával rokonítható, ahol is a „pont”, „egyenes” stb. köznyelvi fogalmából megszületett egy matematikai elmélet, a geometria.

Persze mondhatnánk erre, hogy a valószínűség számos fizikai elméletben felbukkan: használja a statisztikus fizika, a kvantumelmélet stb. Másrészt a „pont” és „egyenes” fogalmával is hasonló a helyzet: önmagukban mint geometriai terminusok még interpretálatlanok, de egy fizikai elméletbe, például a relativitáselméletbe kerülve interpretációt nyernek. Van azonban egy nagy különbség. Amíg a termodinamika a hőmérséklet fogalmát *közvetlenül* interpretálja, vagyis megmondja, hogy mit ért hőmérsékleten: azt, ti. amit a hőmérő mér – addig a valószínűséget tartalmazó elméletek egyike sem mondja meg, hogy mit is ért valószínűség alatt. A fogalom pusztán egy elméleti terminus. A kérdés éppen az, hogy mit jelent a valószínűség akár a statisztikus fizikában, akár a kvantumelméletben.

Vannak tehát tudományos elméleteink, bennük szereplő valószínűségekkel, és van egy matematikai elméletünk, a valószínűségelmélet, benne a matematikai valószínűséggel – de egyik elmélet sem mondja meg, hogy mit is értsünk valószínűségen. Másfelől ott van továbbra is a köznyelv explikálatlan valószínűségfogalma. Vagyis a valószínűségnek mind az explikációja, mind az interpretációja egyelőre várat magára. Melyik a helyes kiindulópont a valószínűség értelmezéséhez?

A valószínűség fogalmának elemzésében nyilvánvalóan nem bízhatjuk magunkat teljes mértékben a fogalom köznyelvi használatára. A köznyelvi fogalomhasználat regulatív szerepét elfogadni egyet jelentene azzal, hogy magunkévá tesszük a hétköznapi nyelv filozófiájának azt a prekoncepcióját, amely szerint a fogalmak metafizikai elemzésének *par excellence* terepe a köznyelv, így minden filozófiai elemzés alfája a természetes nyelvi használat. Számosan érveltek már ez ellen az elképzelés ellen, s valóban, a valószínűség elemzéséhez ennél többre van szükség – nem kevesebbre, mint a *valószínűség fizikai elméletének megalkotására*, vagyis egy olyan elméletre, amely közvetlenül vagy közvetve fizikai fogalmakban *definiálja*, hogy mit is értünk valószínűségen. Egy olyan interpretált formális nyelvre tehát, amelyben szerepel egy  $p$  terminus, és amely nyelv interpretációja egyértelműen rögzíti ennek a terminusnak a fizikai jelentését. A köznyelvi elemzés itt pusztán annyiban juthat szerephez, amennyiben koordinálja az elméletalkotás folyamatát: kiemeli a fogalom köznyelvi használatának legfontosabb jegyeit, előzetesen osztályozza a használat esetlegesen eltérő köreit, stb.

Hasonló a helyzet azonban az interpretáció tekintetében is. Ha a valószínűség fogalmának analízisét úgy értelmezzük, mint a valószínűségszámítás formális nyelvének interpretációját, akkor úgymond a szekeret fogjuk a ló elé. Milyen garanciáink vannak ugyanis arra nézve, hogy ennek a formális elméletnek az interpretációja éppen a fizikai valószínűséghez vezet majd bennünket? Vagy megfordítva a kérdést, hogy a tényleges valószínűség (akármilyen legyen az) éppen úgy viselkedik, ahogy a Kolmogorov-féle valószínűségszámítás állítja? Erre azon a reményen túl, hogy a valószínűségszámítás háromszáz év elméleti és gyakorlati problémáinak gondos elemzésével jött létre, és így helyesen kell hogy leírja a tényleges valószínűséget – nincs filozófiai garanciánk.

Ezért a valószínűség fogalmi elemzésében a helyes sorrend a következő: Először meg kell vizsgálni mindazokat a *fizikai elméleteket*, amelyek azzal az igénnyel lépnek fel, hogy a valószínűség fogalmát fizikailag meghatározzák. A vizsgálat legfontosabb szempontja mindig az kell hogy legyen, hogy a szóban forgó elmélet fizikailag rögzíti-e a benne szereplő *valószínűség* terminus jelentését – vagyis, hogy fizikai elmélet-e. Az explikáció és interpretáció kérdése csak ezek után jöhet szóba; vagyis csak ezek *után* lehet megvizsgálni, hogy a szóban forgó elméletek valószínűségfogalma milyen viszonyban áll a köznyelvi valószínűségfogalmával, illetve a történetileg létrejött valószínűségszámítással. Röviden, az első hely mindig az elméleté, és csak a második helyen osztozhat az explikáció és az interpretáció.

A filozófiai irodalomban azonban mégis az a szóhasználat alakult ki, hogy a valószínűség fizikai elméleteinek vizsgálatát a „valószínűség interpretációi” kifejezéssel adják vissza. A valószínűség elemzésével foglalkozó munkák jelentős része ilyen címet visel, és a kiindulópontot tartalmilag is legtöbbször a valószínűségszámítás matematikai elmélete jelenti, a feladat pedig abban áll, hogy ehhez a formális elmülethez fizikai szemantikát rendeljünk. Mi ezt a megkö-

zélítést a fentebb elmondottak fényében nem fogadhatjuk el; ugyanakkor nem kívánunk elszakadni a hagyományos szóhasználatától sem. Ezért a továbbiakban mi is a „valószínűség interpretációi” kifejezést fogjuk használni, mégpedig abban a *tág értelemben*, amely magában foglalja a valószínűség fizikai elméletének, valamint a köznyelvi fogalomhoz, illetve a kolmogorovi elmélethez vett viszonyának (azaz a szűk értelemben vett interpretációnak) vizsgálatát. A *szűk értelemben* vett interpretáció helyett innentől fogva igyekszünk a „szemantika” kifejezést használni.

### A common sense valószínűség

„Mi a valószínűsége annak, hogy elérem a vonatot, hogy elkapom a betegséget, hogy az eső elmossa a kirándulást?” „Mi a valószínűsége, hogy az evolúcióelmélet helyes?” „Mi a valószínűsége annak, hogy van élet a Földön kívül is, hogy létezik Isten?” „A bizonyítékok fényében mi a valószínűsége, hogy ő volt a tettes?” „Mi a valószínűsége, hogy nyerek a lottón, hogy hatost dobok a kockával?” – ilyen és ehhez hasonló fordulatokban használja a köznyelv a valószínűség fogalmát. Mik ennek a köznyelvi használatnak az általános szabályai?

A köznyelvi felfogás szerint, ami valószínű, az nem lehetetlen, és nem biztos.<sup>1</sup> Ha az urnából valószínűleg fekete golyót fogunk húzni, akkor lehetséges, hogy feketét húzunk, de nem biztos. A lehetőség itt empirikus lehetőség, és nem pusztán logikai. Az, hogy lehetséges, hogy fekete golyót húzok, nemcsak azt implicálja, hogy az előzetes feltételek (az urna összetétele, a húzás módja) nincs logikai ellentmondásban az eredménnyel (a fekete golyó húzásával), hanem azt is, hogy empirikusan sem zárják ki azt (ahogy, mondjuk, kizárják, hogy egy nyulat húzzak ki az urnából). Ezek a kezdeti feltételek implicit módon benne foglaltatnak minden köznyelvi valószínűségi kijelentésben, akár képes őket explicitté tenni a beszélő, akár nem.

A „valószínűleg” kifejezés nem metanyelvi kifejezés, hanem a hétköznapi tárgynyelv része, így „Az urnából valószínűleg fekete golyót fogunk húzni” mondat a világ tényeire vonatkozik. Normál esetben az, hogy „Az urnából valószínűleg fekete golyót fogunk húzni” implicálja, hogy „Az urnából fekete golyót fogunk húzni”. Ezért normál körülmények között abszurd azt állítani, hogy „Az urnából valószínűleg fekete golyót fogunk húzni, de nem fogunk feketét húzni”. Vagyis „Az urnából valószínűleg fekete golyót fogunk húzni” mondat állításával a beszélő elköteleződik „Az urnából fekete golyót fogunk húzni” igazsága mellett, megengedve ugyanakkor, hogy az előzetes feltételek esetleg nem elegendően erősek az eredmény létrehozásához. Ha a beszélő fehér golyót húz, kijelentheti: „Tévedtem”, ugyanakkor reflektálhat is a mondat megengedő

<sup>1</sup> A *common sense* valószínűségfogalom elemzésében Max Black-nek (1967) a *Macmillan Encyclopedia of Philosophy*-beli *Probability* szócikkére támaszkodom.

jellegére: „Fehéret húztam, mindenesetre a fekete valószínű volt”. Ennélfogva a „valószínű” kijelentés szerepe kettős: egyrészt valószínűséget tulajdonít egy eseménynek, másrészt meg is jóslja egy esemény bekövetkezését. Ezzel függ össze, hogy a valószínűségi kijelentések szorosan kötődnek a valószínűségi becslések gyakorlati szerepéhez a cselekvésekben. Abszurd tehát azt állítani, hogy „Ez felettébb valószínű, de nem hiszem, hogy így lesz”, vagy hogy „Ez felettébb valószínű, de ezt inkább ne vedd figyelembe”. Más szóval a bizonytalan helyzetekben való döntés igazodik a valószínűségi becslésekhez: követi a csaknem bizonyost, és kerüli a nagyon valószínűtlent.

Amíg a köznyelvi használatban a „valószínű” jelzői és a „valószínűleg” határozói fordulat egyfajta elkötelezettséggel jár az állított mondat igazsága vagy a esemény bekövetkezése mellett („Valószínű, hogy feketét húzunk”), addig a „valószínű, hogy” és még inkább az „annak a valószínűsége, hogy” névszói kifejezés lazít ezen az elköteleződésen, és egyfajta episztemológiai távolságot tart az állított mondatától („A fekete golyó húzásának valószínűsége magas”).

A valószínűség szoros fogalmi rokonságban áll a lehetőséggel. Mind a „valószínű”, mind a „lehetséges” kifejezés fokozható. – „Mennyire valószínű?” – „Nagyon valószínű.” – „Rendkívül valószínű.” – „Mennyire lehetséges?” – „Igencsak lehetséges.” – „Csaknem biztos.” A „biztos”-t a köznyelv nem tekinti a „valószínű” speciális esetének. A szoros fogalmi rokonság hátterében az a természetes meggyőződés áll, hogy a valószínűség a kezdeti feltételekre vonatkoztatott empirikus lehetőség, egyfajta távolság a bizonyostól. Lyuk van a táskámon, amelyben a lakáskulcsomat tartom. A *common sense* szerint „lehetséges”, hogy a kulcs kiessen a lyukon, de nem biztos, mert a kulcs lehet éppen a táska másik felében is. Ha a táskámon egy másik lyuk is támad, akkor a kulcs kap egy extra lehetőséget is, hogy kiessen, és így nagyobb lesz a valószínűsége annak, hogy kiesik. A példa mögötti racionálé világos: a kezdeti feltételek (a táska) nem határozzák meg teljes mértékben a lehetőségeket a végeredmény (a kulcs kiesése) tekintetében. Amennyiben inkább blokkolják a lehetséges utakat a siker felé, annyiban a kimenet inkább valószínűtlen, amennyiben szabad utat engednek a sikernek, annyiban a kimenet valószínű. Vagyis a kezdeti feltételek egyfajta tendenciával rendelkeznek, hogy a végeredményt realizálják. Ennek a tendenciának a pontos mibenléte a köznyelvi használatból nem derül ki, annyi azonban megállapítható, hogy a tendencia a szóban forgó szituáció objektív tulajdonsága.

Az, hogy lehetséges, hogy a kulcs kiessen a lyukon, empirikusan igazolható: néha elveszítem a kulcsomat. Ha az esetek többségében kiesik a kulcs, akkor valószínűnek fogom tartani, hogy a kulcs kiessen, ha szinte sohasem esik ki, akkor csaknem lehetetlennek. A *common sense* elképzelés azonban nem azonosítja a valószínűséget a relatív gyakorisággal, hanem az utóbbit egyszerűen az előbbi jelének veszi. Az empirikus verifikáció mellett a valószínűségi kijelentéseket igazolhatjuk másfelől pusztán introspekció révén is. – „Mi a

valószínűsége annak, hogy egy exobolygón életet találnak?” – „Kisebbség, mint egy százalék.” Ilyenkor egyszerűen reflektálhatunk arra a meggyőződésünkre, hogy az exobolygókon az életet kevésbé tartjuk valószínűnek, mint mondjuk egy dupla hatos dobását két kockával. A valószínűségi jóslatokba némi uniformitás is belejátszik. Azt, hogy két hasonló összetételű urnából fekete golyót húzunk, azonos valószínűségűnek tartjuk. Ez az elv egyszerűen az „azonos okokból azonos okozatok” maxima általánosítása valószínűségi eloszlásokra.

Összefoglalva a *common sense* valószínűséget az alábbi három tulajdonság jellemzi: (i) valószínűséggel szinguláris események és általános tényállások egyaránt rendelkezhetnek, (ii) valószínűségi kijelentéseink a külvilágra vonatkoznak és nem a beszélő hitállapotára, (iii) a relatív gyakoriság nem azonos a valószínűséggel, legfeljebb igazolhatja azt.

### Objektív, szubjektív és logikai valószínűség

Elérkeztünk a valószínűség interpretációjának legfontosabb kérdéséhez. Mit jelent egy esemény (egy kijelentés) valószínűsége? Ennek a kérdésnek a megválaszolása túlterjed egy ilyen tanulmány nyújtotta kereteken, ezért itt pusztán annyit tehetünk, hogy megpróbáljuk tisztázni, hogy melyek azok az ontológiai „tartományok”, amelyekből a válaszokat egyáltalán meríthetjük. Három ilyen tartomány lehetséges:

1. *Objektív valószínűség*: A valószínűség a külvilág eseményeinek tulajdonsága.
2. *Szubjektív valószínűség*: A valószínűség egy a külvilág eseményeire vonatkozó elmeállapot tulajdonsága.
3. *Logikai valószínűség*: A valószínűség egy a külvilág eseményei közötti logikai viszony.

Nézzük a tartományokat sorjában.

*Objektív valószínűség*. A valószínűség objektív interpretációi abból indulnak ki, hogy a valószínűség a külvilág objektív eseményeinek a tulajdonsága. Ez a meghatározás természetesen még nagyon sok szabadsági fokot nyitva hagy az értelmezések számára. A valószínűség lehet szinguláris események és lehet eseményosztályok tulajdonsága. Az események lehetnek durvábban és finomabban tagolva. Az események közé tartozhatnak lehetséges események, vagy korlátozhatjuk az események körét az aktuális eseményekre. De bárhogyan döntünk is, a valószínűség ezeknek az eseményeknek lesz a tulajdonsága, nem pedig egy az eseményeket észlelő elméé. Az események valószínűsége nem függ tehát attól, hogy az elme észleli-e ezeket a valószínűségeket, vagy észleli-e egyáltalán magukat az eseményeket.

*Szubjektív valószínűség.* A valószínűség szubjektív interpretációi a valószínűséget egy az eseményeket észlelő elme tulajdonságának tekintik. Más szóval a valószínűség a külvilág eseményeinek észlelése során az elmeállapotra jellemző tulajdonság. Ez a külvilági eseményekre vonatkozó elmeállapot a hit. A hatos dobás egy hatod valószínűsége tehát a hatos dobás szinguláris eseményére vagy eseménytípusára vonatkozó hitünknek valamilyen speciális tulajdonsága, például az intenzitása. A valószínűség tehát nem maguknak az objektív (aktuális vagy éppen modális) eseményeknek a tulajdonsága, hanem a rájuk vonatkozó hité.

*Logikai valószínűség.* Van azonban egy harmadik lehetőség is: a valószínűség objektív események vagy tények között fennálló logikai vagy a priori viszony. Hogy tények között lehetséges-e logikai viszony, az a szemantika természetére vonatkozó álláspont függvénye. Vegyük a hatos dobás és a páros dobás eseményét. Egy megfelelő formális nyelven belül a között a két állítás között, hogy egy szám hatos, és hogy páros, természetesen lehet a viszony logikai, de a kérdés itt az, hogy lehet-e a hatos dobás és a páros dobás *mint események* közötti viszony is logikai. Az egyik lehetséges válasz a kérdésre, hogy nem, hiszen annak megállapítása, hogy a dobás hatos és hogy páros, a világ két kontingens ténye, amelyek között nincs a priori kapcsolat. A másik lehetséges válasz viszont az, hogy amennyiben egy adott hatos dobásról az derülne ki, hogy az nem páros dobás, akkor a szemantikát változtatnánk meg, vagyis továbbra is ragaszkodnánk ahhoz, hogy a kettőjük közötti viszony logikai (a priori). Hogy ez minden esetben lehetséges manőver-e, az természetesen egy nyitott kérdés. A kvantumlogika esetét leszámítva azonban valóban nincs történeti példánk az ellenkezőjére.

Fogadjuk el tehát, hogy események között logikai viszonyok is fennállhatnak. Ha ezt megengedjük, akkor elvileg a valószínűség is lehet ilyen logikai viszony. A valószínűség logikai interpretációjának hívei szerint tehát a valószínűség – a következtetési viszonyhoz és az azonossághoz hasonló – logikai viszony két esemény között. A két eseményre a szokásos megnevezés itt a *bizonyíték* (evidencia) és a *hipotézis*, a közöttük levő logikai viszonyra pedig a *konfirmáció*. Szokás erre a logikai viszonyra még úgy is hivatkozni, mint ami egy *ideális* vagy *racionális hívő* számára adja meg egy bizonyíték és egy evidencia közötti konfirmáció mértékét.

Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a logikai valószínűség megengedésével letérünk arról az ösvényről, amelyen eddig haladtunk. A valószínűség interpretációja alatt ugyanis eddig mindvégig *fizikai* interpretációt értettünk, vagyis a valószínűség fogalmával szemben azt a követelményt támasztottuk, hogy azt valamilyen fizikai (operacionalista) eljárással értelmezzük. Ha viszont megengedjük azt, hogy a valószínűség események közötti logikai viszony legyen, akkor ezzel lemondunk a valószínűség ilyen *közvetlen* verifikációjáról. A *közvetett* verifikációról azonban nem kell lemondanunk. A valószínűség ekkor egy fizikai elmélet elméleti terminusa lesz, amely elméletet más pontokon leszünk kénytelenek verifikálni.



A lényeg azonban az, hogy a valószínűség fogalmát ekkor is fizikailag interpretáljuk, csak ezúttal egy teljes fizikai elmélet kerülıútján át. Vagyis ha valaki azt állítja, hogy a páros dobás eseménye szabályos kocka esetében egyharmad mértékben konfirmálja a hatos dobás eseményét, vagy egy racionális hívó egyharmad mértékben hisz az egyik alapján a másikban, akkor még nem ért az interpretáció végére – el kell tudnia *fizikailag* számolnia azzal, hogy mit ért itt racionalitáson, szabályos kockán, konfirmáción, és hogyan jön ki az egyharmad érték.

Térjünk vissza egy pillanatra az explikáció kérdéséhez. Amint a bevezetőben említettük, egy fogalom explikációja a fogalom helyettesítése egy tudományos elmélet terminusával. Ahhoz, hogy a helyettesítés sikeres legyen, előzetesen tisztáznunk kell azonban egy sereg kérdést a helyettesíteni kívánt fogalommal kapcsolatban: melyek a releváns és melyek az irreleváns köznapi használati módjai; vajon a fogalom köznapi használati módjai egy egységes jelentést tükröznek-e vagy a különféle használatok pusztán homoním viszonyban vannak egymással, stb. Ez utóbbi kérdés tisztázásának az a tétje, hogy az előzetes fogalmat *egy* vagy *több* tudományos fogalommal helyettesítsük-e, azaz hogy *egy* vagy *több*, a különböző jelentésköröket lefedő tudományos elméletet alkossunk. A „hőmérséklet” fogalmának termodinamikai explikációja jó példa az előbbi esetre; a „tudás” fogalmának két explikációja, aszerint, hogy propozicionális tudásról vagy képességtudásról van szó, pedig példa az utóbbira. Mi a helyzet azonban a valószínűséggel?

A valószínűséget az interpretációk általában egyfajta *homogén* fogalomként kezelik, azaz feltételezik, hogy a fogalom minden használati módjának maradéktalanul besorolható egyetlen interpretáció alá. Ennek a megközelítésnek szép hagyománya van a valószínűség interpretációi között. Ilyen hajlíthatatlan álláspontot képviselt például de Finetti (1937), aki valószínűség alatt kizárólag szubjektív valószínűséget értett, vagy von Mises (1928), aki a valószínűség egyetlen értelmes fogalmának a relatív gyakoriságot tekintette. Ezzel a megközelítéssel szemben azonban lehetséges egy másik álláspont is, amely szerint a valószínűség *heterogén* fogalom, vagyis a különböző kontextusokban használt valószínűségfogalom különböző elméleteket von maga után. Ezen az állásponton volt például Carnap (1950), aki a valószínűség két párhuzamosan létező fogalmát különböztette meg, az objektív és logikai valószínűséget. Hasonló módon érvelt az interpretációk pluralitása mellett Mellor (2005) is, aki szerint az alábbi három mondat valószínűségfogalma más-más módon interpretálandó: „A dohányosok nagyobb valószínűséggel kapnak rákot, mint a nem dohányosok.” „Azt hiszem, hogy valószínűleg esni fog holnap.” „A csillagászati adatok nagyon valószínűvé teszik, hogy az Univerzumnak van kezdete.” Az első mondat valószínűségfogalma objektív, a másodiké szubjektív, a harmadiké logikai. A legjobb tehát külön jelölést bevezetni a háromra – objektív valószínűség: *ch* (*chance*), szubjektív valószínűség: *cr* (*credence*), logikai valószínűség: *lo* (Mellornál: *ep* – *epistemic*).

Aki többféle valószínűség létezésében hisz, az a különböző valószínűségek közötti viszonyokra vonatkozóan hipotéziseket is megfogalmazhat. Ezeket a hipotéziseket hívják valószínűségi koordinációs elveknek. A szubjektív és objektív valószínűség közötti viszonyra vonatkozó leghíresebb ilyen koordinációs elv az ún. *Principal Principle*. Az elv David Lewistől (1986) ered, és a következőket állítja. Ha egy  $S$  szubjektumnak egy  $A$  állításra vonatkozóan nincs egyéb releváns tudása, mint hogy az  $A$  esemény objektív valószínűsége  $y$ , akkor  $S$ -nek az esemény bekövetkezésére vonatkozó szubjektív valószínűsége is  $y$ .<sup>2</sup>

A *Principal Principle*-vel kapcsolatos filozófiai viták általában az alábbi kérdések körül forognak. Milyen típusú elv a *Principal Principle*: empirikus, racionalitási vagy egyszerűen az objektív valószínűség definíciója? Akik az elvet empirikus elvnek tekintik, igazolniuk kell, hogy az empirikus hívók hitfüggvényei az elvnek megfelelően alakulnak. A feladat elől úgy lehet kitérni, hogy az elvet normatív elvnek tekintjük, mégpedig a racionális hívőre vonatkozó normatív elvnek. A harmadik lehetőség, hogy az elvet egyszerűen az objektív valószínűség definíciójának tekintjük: az objektív valószínűség bármi, ami kielégíti a *Principal Principle*-t. Akkor azonban az elv nem lesz koordinációs elv.

A racionalitási elvnek tekintett *Principal Principle* számára egy további kérdés, hogy mit értünk azon, hogy az elv racionalitási elv, vagy másképp szólva az elv milyen racionalitási stratégiával védhető. Egy harmadik, konkrét kérdés, hogy mit jelent az a kitétel az elvben, hogy az  $S$  szubjektum  $A$  objektív valószínűségén túl *nem rendelkezik egyéb releváns információval* az  $A$  esemény bekövetkezésére vonatkozóan. Nyilvánvaló, hogy ha  $S$  tudja, hogy  $A$  bekövetkezett, akkor az  $A$ -ba vetett hitének mértéke nem lesz egyenlő a valószínűségével (hacsak a bekövetkezett események valószínűségét nem vesszük egynek). Vagyis  $S$ -nek nem lehet információja arról, hogy  $A$  bekövetkezett-e. Kérdés: mi másról nem lehet még?<sup>3</sup>

A *Principal Principle* és a hasonló koordinációs elvekkel együtt azonban egytől-egyig feltételezik, hogy a valószínűségnek létezik legalább két egyformán helyes interpretációja, amely interpretációk viszonya magyarázatra szorul. Hogy ez így van-e, az természetesen nem válaszolható meg azelőtt, mielőtt a konkrét interpretációkat egyesével meg nem vizsgáltuk.

### A valószínűség interpretációi

Említettük már, hogy a valószínűség konkrét interpretációit ebben a tanulmányban nem lesz módunk részletesen tárgyalni. Ezért elégedjünk meg a lehetséges interpretációk alábbi rövid szemléltetésével egy egyszerű példán keresztül. Mit jelent az a kijelentés, hogy

2 A feltételes valószínűséget használva ez így írható:  $cr(A \mid ch(A) = y) = y$ .

3 A *Principal Principle* racionalitási elvként való ún. *Dutch book*-védelmével kapcsolatban lásd: Szabó, 2010.

szabályos dobókockával a hatos dobás valószínűsége egy hatod? A kérdésre az alábbi paradigmaticus válaszok adhatók:

1. *Klasszikus válasz:* Mivel szimmetrikus kocka esetén mindegyik oldal előfordulása egyenlően lehetséges, és az esetek közül nekünk csak az egyik kedvez, ezért a kedvező esetek és az egyenlően lehetséges esetek aránya egy hatod lesz, és ez a hatos dobás valószínűsége.

2. *Logikai válasz:* A hatos dobás valószínűsége azért egy hatod, mert az a kijelentés, hogy a kockát eldobtuk, egy hatod mértékben konfirmálja a hatos dobást kifejező kijelentést egy mindkét kijelentést tartalmazó közös nyelvben.

3. *Subjektivista válasz:* Az, hogy a hatos dobás valószínűsége egy hatod, azt jelenti, hogy egy racionális hívó egy hatod mértékben hisz a kijelentés igazságában. Az pedig, hogy ilyen mértékben hisz benne, abban jut kifejezésre, hogy 1:5 arányban hajlandó fogadni a hatos bekövetkezésére.

4. *Frekventista válasz:* A hatos dobás egy hatod valószínűsége semmi más nem jelent, mint hogy a hatos relatív gyakorisága a kockadobások egy elegendő hosszú sorozatában közel egy hatod lesz.

5. *Propensity válasz:* A hatos dobásnak azért egy hatod a valószínűsége, mert a kocka fizikai környezetével együtt rendelkezik azzal a hajlammal (*propensity*vel), hogy egy elegendően hosszú dobássorozatban a dobások közel egy hatoda hatos legyen.

A fenti válaszok a valószínűség alábbi öt interpretációs iskolájának szellemében születtek. A valószínűség legkorábbi interpretációja a *klasszikus interpretáció*. A klasszikus interpretáció szerint a valószínűség a *kedvező esetek és az egyenlően lehetséges esetek aránya*. A gondolat Leibniztól ered, aki a definíció kényes pontját, az „egyenlően lehetséges” jelentését az *elégséges ok elvére* támaszkodva gazdag metafizikai eszmefuttatással igyekezett megalapozni. A 18. századra megszilárdult determinista világgép következtében azonban az „egyenlően lehetséges” kifejezést szubjektivista szempontból kezdték olvasni: két esemény egyenlően lehetséges, ha egyik bekövetkezése mellett sem szól több érv. Az *indifferencia elvére* épülő valószínűség fogalma így Laplace korára szubjektív értelmezést nyert, és ez az értelmezés maradt uralkodó egészen a 19. század végéig.

A statisztikus tudományok megjelenése a 19. században azonban magával hozta az igényt egy objektív valószínűségértelmezés iránt. A *relatív gyakoriság*- vagy más néven *frekvenciainterpretáció* előfutárai cambridge-i logikusok voltak, közülük is a legjelentősebb John Venn. Venn fogalmazta meg először a férfi és női születések kapcsán a frekventizmus központi tételét: „a valószínűség semmi más, mint arány”. A frekventisták szerint tehát egy esemény valószínűsége *bekövetkezésének relatív gyakorisága egy elegendően hosszú eseménysorozatban*. Ennek az értelmezésnek azonban egyenes következménye az a meggyőződés, hogy a valószínűség fogalma csak eseménytípusokra vonatkoztatható fogalom, és egyedi események-

re legfeljebb áttételesen alkalmazható. A frekventista interpretáció szabatos kidolgozása a Berliini kör két képviselőjének, Hans Reichenbachnak és Richard von Misesnek a nevéhez fűződik. Von Mises (1928) valószínűségelmélete egyébiránt a valószínűség első formális tárgyalásának is tekinthető – megelőzve Kolmogorov mára mértékadóvá vált mértékelméleti tárgyalását. Von Misesnek végtelen sorozatokra építő valószínűségelméletét azonban a mértékelméleti megközelítés végül teljesen kiszorította.

Az indifferencia tarthatatlan elve miatt elvetett klasszikus interpretáció helyébe a 20. századi platonista Cambridge-ben egy másik interpretáció lépett, a *logikai interpretáció*. A logikai interpretáció mögött a század elején a dedukció formalizálásában elért sikerek állnak, amely sikerek ösztönzően hatottak azokra a törekvésekre, amelyek az indukció hasonlóan formális tárgyalását célozták. A deduktív következtetés mintájára egy olyan részleges implikáció megadására törekedtek tehát, amely azt az intuíciónkat fejezné ki egy formális nyelv keretein belül, hogy két kijelentés, egy bizonyíték és egy hipotézis, egymásból csak *részben* következik. A részleges következtetés reprezentációja az indukció intuitív sajátosságait szem előtt tartó ún. konfirmációs függvény segítségével történt. A valószínűsége ezek után egyszerűen mint *induktív súlyra* tekintettek, amelyet a konfirmációs függvény helyez a nyelv egyes mondataira. A logikai interpretáció első megfogalmazása John Maynard Keynes-től és Harold Jeffreystől, szisztematikus kidolgozása pedig Rudolf Carnaptól (1950) ered.

A *szubjektív interpretáció* a logikai interpretáció kritikájából indult ki, amennyiben vitatta, hogy létezne egy platóni értelemben objektív valószínűségi viszony a nyelv kijelentései között, amelyet minden racionális egyén azonos módon érzékel. A szubjektivisták, Frank Ramsey (1926) és Bruno de Finetti (1937) ehelyett abból indultak ki, hogy a valószínűség egy kijelentésbe vetett hit mértéke, amely egyénről egyénre változhat. Feltették, hogy ennek az introspektíve elérhetetlen hitnek a mértéke jól operacionalizálható egy alkalmas fogadási szituációban. Másképp szólva egy kijelentésbe vetett hit mértéke akkora, amilyen mértékben a hívó fogadni hajlandó a kijelentés igazságára. A fogadás operacionalizálása az ún. *Dutch book*-argumentummal történik. *Dutch book*nak nevezzük a fogadással szemben a tétek olyan megválasztását, amely a kimenetektől függetlenül mindig veszteséget eredményez a fogadónak. A szubjektív interpretáció erejét a híres Ramsey–de Finetti-tétel adta, mely szerint hitek egy rendszere ellen akkor és csak akkor nem adható meg *Dutch book*, ha a hitek fogadási hajlandóságban kifejeződő mérőszámai kielégítik a kolmogorovi axiómákat, azaz matematikai értelemben valószínűségek. Röviden, a valószínűség a *racionális hit mértéke*, amely a fogadási hajlandóságban tükröződik.

A valószínűségi interpretációk sorát Karl Popper (1957) *propensity*-interpretációja zárta. A propensity-interpretáció a kvantumelmélet értelmezési vitái nyomán született. Popper meglátásai szerint ugyanis amíg a klasszikus természettudományok valószínű-

ségi kijelentéseinek értelmezéséhez a relatívgyakoriság-interpretáció tökéletesen megfelel, addig a kvantumeseemények leírásához a valószínűség új interpretációja után kell néznünk. Ennek oka pedig az, hogy a relatívgyakoriság-interpretáció nem képes értelmezni egyedi események valószínűségét, viszont pontosan erre lenne szükségünk ahhoz, hogy a kvantumelmélet tipikus jelenségeit, az interferenciajelenségeket képesek legyünk megmagyarázni. Ezért a valószínűség fogalmát Popper nem egy ismétlődő eseménysorozat relatív gyakoriságával azonosította, hanem a sorozatot generáló kísérleti elrendezéssel. Másképp szólva a valószínűséget az ismétlődő eseményt generáló feltételek sajátosságának tekintette, olyan *kauzális hajlamnak, amely hosszútávú stabil frekvenciákat képes létrehozni*. Ezt a kauzális hajlamot hívjuk Popper nyomán *propensity*-nek. A *propensity*-interpretációk Poppert követő radikálisabb változatai a kauzális hajlamot nem hosszútávú frekvenciamintázatokra vonatkoztatták, hanem – Popper eredeti intenciójának megfelelően – egyedi események létrehozására. Az ilyen *propensity*-interpretációt nevezzük *rövidtávú propensity*-interpretációnak.

A valószínűség fenti interpretációi mind besorolhatóak a korábban említett három kategória egyikébe. A relatívgyakoriság-, valamint a *propensity*-interpretáció az „objektív”, a szubjektív interpretáció, illetve a logikai interpretáció, ahogy nevük is mutatja, a „szubjektív”, illetve a „logikai” kategóriákba esnek. A klasszikus interpretáció asszocionista eredetét tekintve alapvetően felette állna ennek a kategorizálásnak, mégis a „szubjektív” kategóriába szokás sorolni.

A történetileg kialakult interpretációk egyike sem szolgált azonban kielégítő értelmezéssel a valószínűség természetét illetően. A klasszikus interpretáció nem tudott elszámolni az „egyenlően lehetséges” fogalmával; a logikai interpretáció a konfirmáció kényes fogalmának értelmezésénél akadt el. A valószínűség szubjektivista azonosítását a hit mértékével az empirikus pszichológia nem igazolta. Ami az objektivista oldalt illeti, a propensity-elmélet nem volt képes a valószínűség fogalmától függetlenül körvonalazni, hogy mit is ért hajlam alatt, a frekventisták pedig nem tudták megmondani, hogy milyen relevanciája is van egy végtelen dobássorozat relatív gyakoriságainak egy konkrét kockadobásra nézve. A valószínűség értelmezésének kérdése így továbbra is nyitott kérdés maradt – egyike a modern analitikus filozófia legizgalmasabb és legkihívóbb kérdéseinek.

### Irodalom

- Black, M. (1967): "Probability", in Paul Edwards (szerk.): *The Encyclopedia of Philosophy*, The Macmillan Company & The Free Press, New York.
- Carnap, R. (1950): *Logical Foundations of Probability*, University of Chicago Press, Chicago.
- Finetti, B. de (1937): "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives", *Annales de l'Institut Henry Poincaré*, 7, 1–68.; angolul: Kyburg, H. R. Jr., H. E. Smokler (eds.): *Studies in Subjective Probability*, Krieger, New York, 1980.

- Kolmogorov, A. N. (1933): *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer, Berlin, magyarul: *A valószínűségszámítás alapfogalmai*, fordította: Zibolen Endre, Gondolat, Budapest, 1982.
- Lewis, D. (1972): "General semantics", in D. Davidson, Harman, G. (eds.): *Semantics of Natural Language*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht.
- Lewis, D. (1986): "A Subjectivist's Guide to Objective Chance", in D. Lewis, *Philosophical Papers, 2. Vol.*, Oxford University Press, Oxford, 83–132.
- Mellor, D. H. (2005): *Probability: A Philosophical Introduction*, Routledge, London.
- Mises, R. von (1928/51): *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*, Springer, Berlin.
- Popper, K. (1957): "The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability and the Quantum Theory", in Körner S. (ed.): *Observation and Interpretation*, Butterworth, London, 65–70.
- Ramsay, F. (1926): "Truth and probability", in Braithwaite, R. B. (ed.): *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, Kegan Paul, London, 1931.
- Szabó, G. (2010): "Lewis, valószínűség, Principal Principle", *Világosság*, (megjelenés alatt).